

UNIVERSITE DES ANTILLES ET DE LA GUYANE
Département Scientifique Inter-facultaires
Année universitaire 2008-2009

EXAMEN PARTIEL DE PHYSIQUE : UEO55
Durée : 3heures - Documents et calculatrice non autorisés

I- Corde vibrante

Une corde homogène de masse linéique μ est tendue par une tension T_0 entre les abscisses $x = 0$ et $x = L$; ses extrémités sont immobiles ; on lui donne à l'instant $t = 0$ une forme connue $y(x,0) = f(x)$ [avec bien sûr, $y(0,0) = 0$ et $y(L,0) = 0$] et on la lâche à cet instant avec une vitesse initiale $v(x,0)$.

- 1- Quelle est l'équation vérifiée par $y(x,t)$?
- 2- On pose $c = (T_0/\mu)^{1/2}$; déterminer la dimension de c ? A quoi correspond c ?
- 3- Quelle est la forme générale de la solution de cette équation ? Expliciter chaque terme.
- 4- Par application des conditions aux limites montrer que $y(x,t)$ peut se mettre sous la forme :

$$y(x,t) = F(t-x/c) - F(t+x/c),$$

F étant une fonction périodique dont on précisera la période T .

- 4- En utilisant la décomposition en série de Fourier montrer que l'on peut écrire $y(x,t)$ sous la forme :

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin(k_n x) [A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t)]$$

Quelles sont les expressions de k_n et ω_n ?

- 5- Donner les expressions permettant de calculer A_n et B_n à partir des conditions initiales $y(x,0)$ et $v(x,0)$.

- 6- On suppose maintenant que :

$$f(x) = y(x,0) = \begin{cases} hx/a & \text{si } 0 < x < a \\ h(L-x)/(L-a) & \text{si } a < x < L \end{cases}$$