

## Epreuve d'Optique Ondulatoire : durée 1h30

### I- Questions préliminaires

1°) Donner un ordre de grandeur des paramètres suivants :

- Fréquence d'une onde électromagnétique dans le domaine du visible
- Durée d'un train d'onde pour une source ordinaire et pour un laser
- Temps de réponse de l'œil et d'un photo détecteur classique

2°) Soient deux sources  $S_1$  et  $S_2$ , émettant des trains d'ondes quasi monochromatiques dont les champs électriques en un point M de l'espace ont pour expression :

$$E_1(M) = E_0 \cdot \cos(w_1 t - k_1 \cdot S_1 M + \phi_1(t))$$

$$E_2(M) = E_0 \cdot \cos(w_2 t - k_2 \cdot S_2 M + \phi_2(t))$$

1°) A quelles conditions ces deux sources sont-elles cohérentes ?

2°) Montrer que l'éclairement de deux sources cohérentes au point M s'écrit alors :

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_0 \left\{ 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right\}$$

Que représentent les termes  $\delta$  et  $\lambda_0$  ?

### II- Fentes d'Young.

Soit un dispositif de fentes d'Young (fentes  $F_1$  et  $F_2$ ) éclairé à l'aide d'une source ponctuelle, monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  et située à l'infini sur l'axe de symétrie des fentes d'Young. On se propose d'étudier l'éclairement sur un écran situé à la distance focale  $f$  d'une lentille convergente  $L$ . Les fentes  $F_1$  et  $F_2$  sont supposées identiques, distantes de  $a$  et symétriques par rapport à l'axe optique  $oz$  de  $L$ . On désigne par  $\mathcal{E}(M)$  l'éclairement produit en un point  $M$  par le dispositif.

1°) Faire un schéma du dispositif en indiquant le trajet des rayons qui interfèrent au point  $M$ .

2°) On supposera pour cette question que les fentes sont infiniment fines.

- Calculer l'éclairement  $\mathcal{E}(M)$  en un point  $M(x,y,f)$  de l'écran et tracer la figure d'interférence.
- Déterminer l'interfrange  $i$ .
- Faire l'application numérique

(on pourra utiliser l'expression de l'éclairement donné en I-2 ou utiliser la transformée de Fourier)

3°) On supposera que les fentes sont infiniment longues (direction  $y$ ) mais qu'elles possèdent une largeur  $b$  dans la direction  $x$ .

- Exprimer la fonction pupille (transparence) du diaphragme
- A l'aide de la transformée de Fourier, calculer l'éclairement en un point  $M$  de l'écran.
- Tracer l'évolution de l'éclairement en fonction de  $x$ , on prendra soins d'indiquer variations de l'éclairement liées aux paramètres  $a$  et  $b$ .

4°) On remplace les fentes d'Young un trou circulaire de rayon  $b$  et on s'intéresse à l'éclairement en un point  $M$  de l'écran distant de  $r$  de l'axe optique. L'écran est toujours situé à la distance focale de la lentille  $L$ . On rappelle que l'amplitude de l'onde est proportionnelle à la fonction  $J_1\left(\frac{2\pi r b}{\lambda f}\right)$ , fonction de Bessel d'ordre 1.

- Qu'observe t-on sur l'écran ?
- Quel est le diamètre de la tache d'Airy ?
- On se propose d'étudier deux sources ponctuelles situées à l'infini et séparées d'un écart angulaire  $\theta$ . En utilisant le critère de Raleigh quelle est la valeur minimale de l'écart angulaire pour que l'on puisse observer distinctement les deux étoiles ?
- Peut-on séparer les deux étoiles constituant Sirius et écartées d'un angle  $\epsilon=10^{-5}$  rd.

Données :

$\lambda_0 = 632 \text{ nm}$  ;  $a = 3 \text{ mm}$  ;  $f = 5 \text{ m}$  ;  $b = 0.5 \text{ mm}$  ;  $n = 1$

Définition de la Transformée de Fourier.

Soit  $f(x)$  une fonction bornée et intégrable, on appelle la transformée de Fourier de  $f(x)$ , la fonction  $F(u)$  est définie par :

$$\text{TF}(f(x)) = F(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp\{-2\pi jxu\} dx$$

Propriétés de la Transformée de Fourier.

- $\text{TF}(\delta(x)) = 1$
- $\text{TF}(\delta(x - x_0)) = \exp(2\pi jux_0)$
- $\text{TF}(ax) = \frac{1}{a} F\left(\frac{u}{a}\right)$
- $\text{TF}\{\text{rect}_a(x)\} = a \cdot \text{sinc}(\pi ua)$
- $\text{TF}(f(x-x_0)) = \exp(-2\pi jux_0) \cdot F(u)$
- $\text{TF}\{\exp(2\pi jv_0)x f(x)\} = F(u-v_0)$

Définition du produit de convolution

On appelle produit de convolution de la fonction  $f(x)$  et  $g(x)$  la fonction  $h(x)$  définie par :

$$h(x) = f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-v) g(v) dv$$

- $\delta((x-x_0) * f(x)) = \delta(x-x_0)$
- $\text{TF}\{f(x) * g(x)\} = \text{TF}(f(x)) \cdot \text{TF}(g(x))$
- $\text{TF}\{f(x) \cdot g(x)\} = \text{TF}(f(x)) * \text{TF}(g(x))$

Définition et quelques propriétés de la fonction de Bessel.

On définit la fonction de Bessel d'ordre 1 par l'expression :

$$X_0 \cdot J_1(X_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{X_0} \int_0^{2\pi} \exp(-jX \cos \theta) X dX d\theta$$

Cette fonction s'annule pour  $X_0 = 3,83 ; 7,32, \dots$