

Epreuve d'Optique Ondulatoire : durée 1h30

I- Questions préliminaires

1°) Donner un ordre de grandeur des paramètres suivants :

- Fréquence d'une onde électromagnétique dans le domaine du visible
- Durée d'un train d'onde pour une source ordinaire et pour un laser
- Temps de réponse de l'œil et d'un photo détecteur classique

2°) Soient deux sources S_1 et S_2 , émettant des trains d'ondes quasi monochromatiques dont les champs électriques en un point M de l'espace ont pour expression :

$$E_1(M) = E_0 \cos(\omega_1 t - k_1 S_1 M + \phi_1(t))$$

$$E_2(M) = E_0 \cos(\omega_2 t - k_2 S_2 M + \phi_2(t))$$

1°) A quelles conditions ces deux sources sont elles cohérentes ?

2°) Montrer que l'éclairement de deux sources cohérentes au point M s'écrit alors :

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_0 \left\{ 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right\}$$

Que représentent les termes δ et λ_0 ?

II- Fentes d'Young.

Soit un dispositif de fentes d'Young (fentes F_1 et F_2) éclairé à l'aide d'une source ponctuelle, monochromatique de longueur d'onde λ et située à l'infini sur l'axe de symétrie des fentes d'Young. On se propose d'étudier l'éclairement sur un écran situé à la distance focale f d'une lentille convergente L . Les fentes F_1 et F_2 sont supposées identiques, distantes de a et symétriques par rapport à l'axe optique oz de L . On désigne par $\mathcal{E}(M)$ l'éclairement produit en un point M par le dispositif.

1°) Faire un schéma du dispositif en indiquant le trajet des rayons qui interfèrent au point M .

2°) On supposera pour cette question que les fentes sont infiniment fines.

- Calculer l'éclairement $\mathcal{E}(M)$ en un point $M(x,y,f)$ de l'écran et tracer la figure d'interférence.

- Déterminer l'interfrange i .
- Faire l'application numérique

(on pourra utiliser l'expression de l'éclairement donné en I-2 ou utiliser la transformée de Fourier)

3°) On supposera que les fentes sont infiniment longues (direction y) mais qu'elles possèdent une largeur b dans la direction x .

- Exprimer la fonction pupille (transparence) du diaphragme
- A l'aide de la transformée de Fourier, calculer l'éclairement en un point M de l'écran.
- Tracer l'évolution de l'éclairement en fonction de x , on prendra soins d'indiquer variations de l'éclairement liées aux paramètres a et b .

4°) On remplace les fentes d'Young un trou circulaire de rayon b et on s'intéresse à l'éclairement en un point M de l'écran distant de r de l'axe optique. L'écran est toujours situé à la distance focale de la lentille L . On rappelle que l'amplitude de l'onde est proportionnelle à la fonction $J_1\left(\frac{2\pi r b}{\lambda f}\right)$, fonction de Bessel d'ordre 1.

- Qu'observe t-on sur l'écran ?
- Quel est le diamètre de la tache d'Airy ?
- On se propose d'étudier deux sources ponctuelles situées à l'infini et séparées d'un écart angulaire θ . En utilisant le critère de Raleigh quelle est la valeur minimale de l'écart angulaire pour que l'on puisse observer distinctement les deux étoiles ?
- Peut-on séparer les deux étoiles constituant Sirius et écartées d'un angle $\varepsilon=10^{-5}$ rd.

Données :

$$\lambda_0 = 632 \text{ nm} ; a = 3 \text{ mm} ; f = 5 \text{ m} ; b = 0.5 \text{ mm} ; n = 1$$

Définition de la Transformée de Fourier.

Soit $f(x)$ une fonction bornée et intégrable, on appelle la transformé de Fourier de $f(x)$, la fonction $F(u)$ est définie par :

$$\text{TF}(f(x)) = F(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp\{-2\pi j xu\} dx$$

Propriétés de la Transformée de Fourier.

- $\text{TF}(\delta(x)) = 1$
- $\text{TF}(\delta(x - x_0)) = \exp(2\pi j ux_0)$
- $\text{TF}(ax) = \frac{1}{a} F\left(\frac{u}{a}\right)$
- $\text{TF}\{\text{rect}_a(x)\} = a \cdot \text{sinc}(\pi ua)$
- $\text{TF}(f(x-x_0)) = \exp(-2\pi j ux_0) \cdot F(u)$
- $\text{TF}\{\exp(2\pi j v_0)f(x)\} = F(u-v_0)$

Définition du produit de convolution

On appelle produit de convolution de la fonction $f(x)$ et $g(x)$ la fonction $h(x)$ définie par :

$$h(x) = f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-v) g(v) dv$$

- $\delta((x-x_0)*f(x)) = f(x-x_0)$
- $\text{TF}\{f(x)*g(x)\} = \text{TF}(f(x)) \cdot \text{TF}(g(x))$
- $\text{TF}\{f(x).g(x)\} = \text{TF}(f(x)) * \text{TF}(g(x))$

Définition et quelques propriétés de la fonction de Bessel.

On définit la fonction de Bessel d'ordre 1 par l'expression :

$$X_0 J_1(X_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{X_0} \int_0^{2\pi} \exp(-jX \cos\theta) X dX d\theta$$

Cette fonction s'annule pour $X_0 = 3,83 ; 7,32\dots$